

全港中學編程挑戰賽

香港城市大學

2022 年 8 月 6 日

- A 輕鬆的數列題
- B 字符串匹配
- C 最大公約數環
- D 商人
- E 0-1 環

注意事項與提醒（請選手未必仔細閱讀）

1. C++ 中主函數的返回值類型必須是 int，程序正常結束時的返回值必須為 0。
2. 若無特殊說明，結果的比較方式為全文比較（過濾行末空格及文末回車）。
3. 提交的程序代碼長度應小於 50 kB。
4. 詳細的編譯選項如下。

C++	clang++/g++	-O2 -lm -DONLINE_JUDGE -mx32 -std=c++03
C++11	clang++/g++	-O2 -lm -DONLINE_JUDGE -mx32 -std=c++11
C++17	clang++/g++	-O2 -lm -DONLINE_JUDGE -mx32 -std=c++17
Pascal	fpc	-O2

Problem A. 輕鬆的數列題 (sequence.c/cpp/pas)

Input file: `stdin`
Output file: `stdout`
Time limit: 1 second
Memory limit: 256 megabytes

Libra 是一個喜歡數列的女孩子。Libra 認為有限非負整數數列中所有元素的數位和之和越小的數列越美觀。

Rahn 給了 Libra 一個長度為 n 的數列 a_1, a_2, \dots, a_n ，然而 Libra 覺得這個數列不夠美觀。於是 Rahn 允許 Libra 進行若干次操作，每次操作可以選擇數列中一個正整數使其減 1，但為了防止 Libra 將數列弄得面目全非，Rahn 允許她最多進行 k 次操作。你能幫助 Libra 求出進行操作後能得到的最小的數位和之和嗎？

Input

第一行兩個整數 n, k 。

接下來一行包含的 n 個整數 a_1, a_2, \dots, a_n 描述給定數列。

Output

輸出一個整數，表示經過不超過 k 次操作後，可以得到的最小的數位和之和。

Example

stdin	stdout
3 6 114 514 1919810	39

Notes

對於全部測試數據， $1 \leq n \leq 5 \times 10^5, 1 \leq k \leq 10^9, 0 \leq a_i < 10^9$ 。

子任務	分數	附加限制
1	20	$n, k \leq 5$
2	20	$n, k \leq 5000$
3	20	$k \leq 5 \times 10^5$
4	40	無附加限制

Problem B. 字符串匹配 (match.c/cpp/pas)

Input file: `stdin`
Output file: `stdout`
Time limit: 1 second
Memory limit: 256 megabytes

給定兩個串 S, T ，其中 S 僅包含小寫字母， T 可能包含兩種特殊字符 “.” 和 “*”。

S 和 T 中相同的小寫字母可以互相匹配。特殊字符 “.” 和 “*” 的匹配規則如下：

- “.” 可以被替換成任意一個小寫字母。
- “*” 可以將其左邊的小寫字母重複若干次（可以是 0 次）。

例如，串 “.a*” 可以匹配串 “ba”，“baaa”，“zaaa”。

請求出 S 有多少個非空前綴能夠被 T 匹配。

Input

第一行一個正整數 n ，表示數據組數。

每組數據共兩行，分別為字符串 S 和 T 。

Output

對於每組數據，輸出一行一個整數，表示能夠被匹配的非空前綴數。

Example

stdin	stdout
5	5
aaaaa	5
a*	1
aaaaa	2
.*	2
abbbb	
.*	
aaabbb	
a*.b.*	
aaaaaaabcabc	
.*...abc	

Notes

設 $|S|$ 為 S 的長度， $|T|$ 為 T 的長度。

對全部測試數據， $1 \leq |S|, |T| \leq 2000, 1 \leq n \leq 5$ 。 S 只包含小寫字母， T 只包含小寫字母和 “.” 和 “*”，且 T 的第一個字母不是 “*”。

全港中學編程挑戰賽，決賽
香港城市大學，2022 年 8 月 6 日

子任務	分數	附加限制
1	20	$1 \leq S , T \leq 10$
2	20	$1 \leq S , T \leq 100$
3	20	T 中不包含字符 “.”
4	40	無附加限制

Problem C. 最大公約數環 (gcd.c/cpp/pas)

Input file: `stdin`
Output file: `stdout`
Time limit: 1 second
Memory limit: 256 megabytes

給定一個環，環上有 n 個數 a_1, a_2, \dots, a_n 。相鄰的兩個數被一條繩子相連， n 條繩子兩兩不同。

你需要選擇一些繩子，將它們切斷，把環分成若干段。設每一段的和為 s_1, s_2, \dots, s_k ，則選擇這種方案能得到的分數為 $\gcd(s_1, s_2, \dots, s_k)$ 。

對於所有切割 k 條繩子的方案，設它們分數的乘積為 f_k 。兩種方案被認為不同，當且僅當切斷 k 條繩子後剩餘繩子的集合不同，也就是切割環的位置存在至少一處不同。

對於所有 $0 \leq k \leq n$ ，請計算 $f_k \pmod{10^9 + 7}$ 。

Input

輸入數據的第一行包含一個正整數 n 。

接下來一行， n 個正整數 a_1, a_2, \dots, a_n 。

Output

輸出一行 $n + 1$ 個整數，分別表示 f_0, f_1, \dots, f_n 對 $10^9 + 7$ 取模後的結果。

Example

stdin	stdout
3 1 2 3	6 216 6 1
6 2 2 2 2 2 2	12 2985984 56623104 4194304 32768 64 2

樣例 1 解釋：

設 (i) 表示 a_i 和 a_{i+1} 之間的繩子 ($1 \leq i \leq n - 1$)。特別的，記 (n) 為 a_n 和 a_1 之間的繩子。

所有可能的切割方案如下：

- 一根繩子也不切： $\gcd(\{6\}) = 6$
- 切 (1)： $\gcd(\{6\}) = 6$
- 切 (2)： $\gcd(\{6\}) = 6$
- 切 (3)： $\gcd(\{6\}) = 6$
- 切 (1) 和 (2)： $\gcd(\{4, 2\}) = 2$
- 切 (1) 和 (3)： $\gcd(\{1, 5\}) = 1$

- 切 (2) 和 (3): $\gcd(\{3, 3\}) = 3$
- 切 (1), (2) 和 (3): $\gcd(\{1, 2, 3\}) = 1$

Notes

對於全部測試數據， $3 \leq n \leq 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

子任務	分數	附加限制
1	5	$n \leq 20$
2	15	$n \leq 40, a_i \leq 10$ ，所有 a_i 隨機生成
3	20	$n \leq 100$
4	30	$n \leq 2000$
5	30	無附加限制

Problem D. 商人 (businessman.c/cpp/pas)

Input file: `stdin`
Output file: `stdout`
Time limit: 2.5 second
Memory limit: 256 megabytes

有 n 個國家，編號為 $1, 2, \dots, n$ ，由 $n - 1$ 條道路連接。任意兩個國家之間都有唯一簡單路徑。

你是一個商人，初始時在 1 號國家，有 x 塊錢。

在第 i 個國家你可以賺到 a_i 塊錢（重複經過只能賺一次）。經過一條道路時，你需要花費一些錢購買這條道路的通行證（通行證可在對應道路使用無限次）。

在行動過程中，你的資金不能 < 0 。請問你最多能獲得多少錢（包括你的初始資金）？

Input

輸入數據的第一行包含兩個正整數 n, m ，表示國家的個數和詢問的次數。

接下來一行包含 n 個整數 a_1, a_2, \dots, a_n ，分別表示在每個國家能賺的錢。

接下來的 $n - 1$ 行，每行包含三個正整數 u, v, w ，表示一條連接 u, v 兩個國家的道路，且購買這條道路的通行證的花費為 w 。

接下來的 m 行，每行一個整數 x ，表示一次查詢。對於這次查詢，你的初始資金為 x 。

Output

輸出 m 行，每行一個整數，表示每個詢問的答案。

Example

stdin	stdout
5 5	2
1 2 3 4 5	9
1 2 3	10
1 3 4	11
2 4 1	12
2 5 1	
1	
2	
3	
4	
5	

Notes

對於全部測試數據， $1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq m \leq 2 \times 10^5, 1 \leq a_i, w \leq 10^9, 0 \leq x \leq 10^{15}, 1 \leq u, v \leq n$ 。

全港中學編程挑戰賽，決賽
香港城市大學，2022 年 8 月 6 日

子任務	分數	附加限制
1	5	$m = 1, n \leq 18$
2	10	$m = 1, n \leq 21$
3	15	$n \leq 100, m \leq 1000, a_i \leq 10, w \leq 10$
4	15	$u = i, v = i + 1, m \leq 10^5$
5	15	$n, m \leq 2000$
6	20	$n, m \leq 2 \times 10^5$
7	20	無附加限制

Problem E. 0-1 環 (ring.c/cpp/pas)

Input file: `stdin`
Output file: `stdout`
Time limit: 2.5 second
Memory limit: 256 megabytes

對於一個長度為 n 的環，且環上的每個位置均為 0 或 1，我們稱這個環為“好環”當且僅當環上不存在長度超過 m 的連續 0。

記 $f(n)$ 為長度為 n 的不同的“好環”數量。兩個環被認為不同當且僅當其中一個環不可由另一個環旋轉得到。對於所有 $1 \leq i \leq N$ ，請你計算 $f(i)$ 對 998244353 取模的結果。

Input

輸入數據包含一行兩個整數， N, m ，含義如題目描述所示。

Output

為了減少輸出量，只需輸出 $(f(1) \pmod{998244353}) \oplus (f(2) \pmod{998244353}) \oplus \cdots \oplus (f(N) \pmod{998244353})$ ，其中 \oplus 表示按位異或運算符。

Example

stdin	stdout
4 3	0
8 2	18
30 15	64891815
130 55	824979376

Notes

對於全部測試數據， $1 \leq m \leq N \leq 2 \times 10^7$ 。

子任務	分數	附加限制
1	20	$N \leq 18$
2	30	$N \leq 10^3$
3	20	$N \leq 10^6$
4	30	無附加限制